Solución. Representemos por $Ax + By + C = 0$ la ecuación de todas las rectas paralelas a l. Por el apartado (a) del teorema 6 se verifica

$$\frac{A}{5} = \frac{B}{-7}, \quad \text{o sea,} \quad B = -\frac{7}{5}A.$$

Por tanto, la ecuación de todas las rectas paralelas a l es

$$Ax - \frac{7A}{5}y + C = 0,$$

de donde,

$$5x - 7y + \frac{5C}{A} = 0,$$

o sea,

$$5x - 7y + k = 0, \qquad (6)$$

en donde $k = \dfrac{5C}{A}$ es una constante arbitraria.

Si la recta (6) debe pasar por el punto (4, 2), las coordenadas deben satisfacer (6). Por tanto:

$$5 \cdot 4 - 7 \cdot 2 + k = 0,$$

de donde $k = -6$, y la recta buscada es

$$5x - 7y - 6 = 0.$$

EJERCICIOS. Grupo 10

Dibujar una figura para cada ejercicio.

1. Transformar la forma general de la ecuación de una recta a la forma simétrica. Establecer las restricciones a que deben estar sometidos los coeficientes para permitir esta transformación.

2. Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la forma general, que pasa por el punto $(-2, 4)$ y tiene una pendiente igual a -3.

3. Hallar la ecuación de una recta, determinando los coeficientes de la forma general, si los segmentos que determina sobre los ejes X y Y, es decir, sus intercepciones, son 3 y -5, respectivamente.

4. Hallar la ecuación de la recta, determinando los coeficientes de la forma general, que es perpendicular a la recta $3x - 4y + 11 = 0$ y pasa por el punto $(-1, -3)$.

5. Hallar el valor de k para que la recta $kx + (k - 1)y - 18 = 0$ sea paralela a la recta $4x + 3y + 7 = 0$.

6. Determinar el valor de k para que la recta $k^2x + (k + 1)y + 3 = 0$ sea perpendicular a la recta $3x - 2y - 11 = 0$.

7. Hallar la pendiente e intercepciones de la recta $7x - 9y + 2 = 0$.

8. Hallar la pendiente, ángulo de inclinación y las intercepciones de la recta que pasa por el punto (2, 3) y es perpendicular a la recta $2x - 7y + 2 = 0$.

9. Determinar el valor de k para que la recta $4x + 5y + k = 0$ forme con los ejes coordenados un triángulo rectángulo de área igual a $2\frac{1}{2}$ unidades cuadradas

10. En las ecuaciones $ax + (2 - b)y - 23 = 0$ y $(a - 1)x + by + 15 = 0$ hallar los valores de a y b para que representen rectas que pasan por el punto $(2, -3)$.

11. Demostrar que la recta que pasa por los puntos $(4, -1)$ y $(7, 2)$ bisecta al segmento cuyos extremos son los puntos $(8, -3)$ y $(-4, -3)$.

12. Demostrar que las rectas $2x - y - 1 = 0$, $x - 8y + 37 = 0$, $2x - y - 16 = 0$ y $x - 8y + 7 = 0$ forman un paralelogramo, y hallar las ecuaciones de sus diagonales.

13. Demostrar que las rectas $5x - y - 6 = 0$, $x + 5y - 22 = 0$, $5x - y - 32 = 0$ y $x + 5y + 4 = 0$ forman un cuadrado.

14. Demostrar que los ángulos suplementarios formados por las dos rectas $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C' = 0$ están dados por las fórmulas

$$\operatorname{tg} \theta = \pm \frac{A'B - AB'}{AA' + BB'}.$$

15. Hallar el ángulo agudo formado por las rectas $4x - 9y + 11 = 0$ y $3x + 2y - 7 = 0$.

16. Hallar las ecuaciones de las rectas que pasan por el punto $(2, -1)$ y que forman cada una un ángulo de $45°$ con la recta $2x - 3y + 7 = 0$.

17. A partir del resultado del ejercicio 14, deducir las condiciones necesarias y suficientes para el paralelismo y perpendicularidad de dos rectas, dadas en los apartados (a) y (b) del teorema 6, Artículo 30.

18. Si k es una constante cualquiera diferente de cero, demuéstrese que todo punto que esté sobre la recta $Ax + By + C = 0$ también estará sobre la recta $kAx + kBy + kC = 0$. Por tanto, dedúzcase la condición necesaria y suficiente para la coincidencia de dos rectas, dada en el apartado (c) del teorema 6, Artículo 30.

19. Por medio de determinantes obténgase la condición necesaria y suficiente para que las dos rectas $Ax + By + C = 0$ y $A'x + B'y + C' = 0$ se corten en uno y solamente un punto, dada en el apartado (d) del teorema 6, Artículo 30. *Sugestión*: Véase apéndice I*B*, 6.

20. Si tres rectas se cortan en un punto común, se dice que son *concurrentes*. Si las tres rectas $A_1x + B_1y + C_1 = 0$, $A_2x + B_2y + C_2 = 0$ y $A_3x + B_3y + C_3 = 0$ son concurrentes, demuéstrese que sus coeficientes satisfacen la condición

$$\begin{vmatrix} A_1 & B_1 & C_1 \\ A_2 & B_2 & C_2 \\ A_3 & B_3 & C_3 \end{vmatrix} = 0.$$

El recíproco es verdad si c/par es no paralelo

21. Demostrar que las tres rectas $3x - 5y + 7 = 0$, $2x + 3y - 8 = 0$ y $6x - 7y + 8 = 0$ son concurrentes.

22. Demostrar analíticamente que las medianas de cualquier triángulo son concurrentes.

23. Demostrar analíticamente que las mediatrices perpendiculares a los lados en su punto medio en cualquier triángulo son concurrentes.

24. Demostrar analíticamente que las alturas de cualquier triángulo son concurrentes.

25. Los vértices de un triángulo son $(1, 1)$, $(4, 7)$ y $(6, 3)$. Demostrar que el baricentro (punto de intersección de las medianas), el circuncentro (pun-